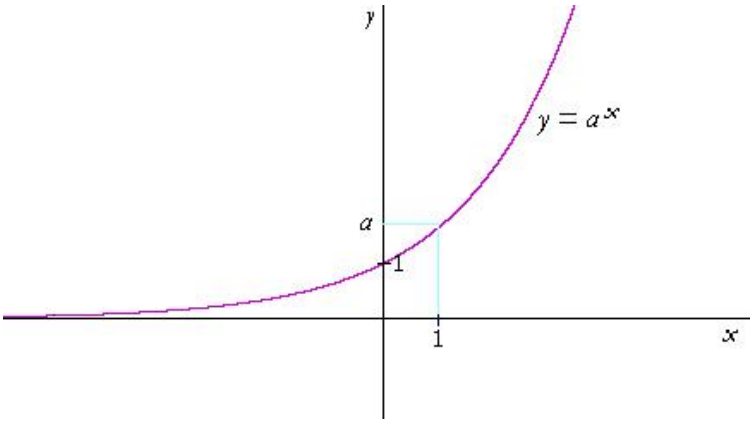
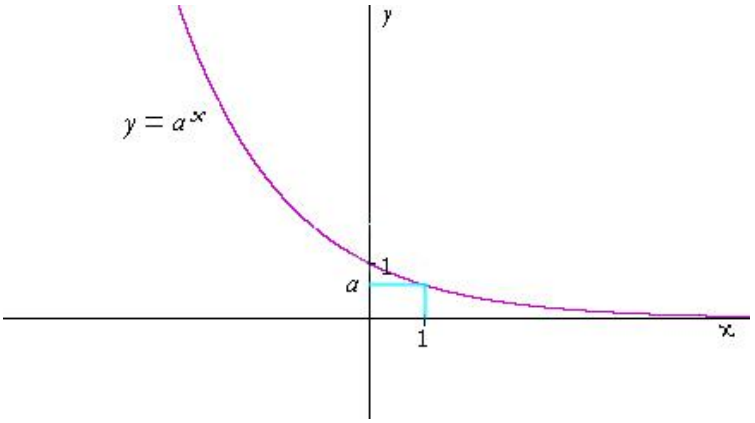
משוואות מעריכיות

הפונקציה המעריכית: הפונקציה המעריכית נקראת כך משום שהמשתנה x נמצא במעריך החזקה המגדירה את הפונקציה: $y=a^x$.

תחום ההגדרה של הפונקציה: הפונקציה מוגדרת לכל מספר ממשי x, ועבור $0<a\neq 1$ כאשר בסיס החזקה גדול מ-1, $a>1$, גרף הפונקציה ייראה כך:



ואילו עבור בסיס בין 0 ל-1, $0<a<1$, גרף הפונקציה ייראה כך:



תכונות הפונקציה:

- הפונקציה מקבלת ערכים חיוביים בלבד, ולכן הגרף שלה נמצא מעל ציר ה- x.
- הפונקציה חותכת את ציר ה- y בנקודה: $(0,1)$, היות ועבור $x=0$ מקבלים על פי חוקי חזקות $y=a^0=1$.
- גרף הפונקציה עובר דרך הנקודה $(1,a)$ היות ועבור $x=1$ מקבלים: $y=a^1=a$
- עבור $a>1$ הפונקציה היא פונקציה עולה: $x_1>x_2\Rightarrow a^{x_1}>a^{x_2}$
- עבור $a<1$ הפונקציה היא פונקציה יורדת: $x_1>x_2\Rightarrow a^{x_1}<a^{x_2}$

משוואות מעריכיות

1) $3^{3x-4} = 9^{2x-2}$

2) $2^{2x+3} = 32$

3) $2^{x-3} = 4^{x^2-3x+1}$

4) $0.6^x \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-12} = \left(\frac{27}{125}\right)^3$

5) $3 \cdot \left(3^2 \cdot \sqrt[3]{3^x}\right) = 81^3$

6) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{2x+1} = \frac{729}{64}$

7) $32^{\frac{x+5}{x-7}} = 0.25 \cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}$

8) $7^{x+2} - \frac{1}{7} \cdot 7^{x+1} - 14 \cdot 7^{x-1} + 2 \cdot 7^x = 48$

9) $2^{x+1} + 3 \cdot 2^x - \frac{1}{2} \cdot 2^{x+2} = 12$

10) $3^{x+2} + 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} = 90$

10*a*) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x-1} = 28$

10*b*) $4^{x-1} + 4^{x+2} = 65$

11) $9^{x^2-1} - 36 \cdot 3^{x^2-3} + 3 = 0$

12) $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$

13) $4^x - 10 \cdot 2^{x-1} - 24 = 0$

14) $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^{x-1} = 0.2$

15) $9^{\sqrt{x-5}} - 27 = 6 \cdot 3^{\sqrt{x-5}}$

16) $10^{1+x^2} - 10^{1-x^2} = 99$

17) $\left(\sqrt[5]{3}\right)^x + \left(\sqrt[10]{3}\right)^{x-10} = 84$

18) $5^{x-1} + 5 \cdot 0.2^{x-2} = 26$

19) $5^{1+x^3} - 5^{1-x^3} = 24$

19*a*) $5^{x+1} = 30$

19*b*) $3^{x+2} + 3^{x-1} = 19$

20) $8^{\frac{2}{x}} - 2^{\frac{3x+3}{x}} + 12 = 0$

21) $5^{\frac{1}{x-\sqrt{x}}} \cdot 0.2^{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \sqrt[3]{25}$

22) $3^{2x+4} + 45 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^{2x+2} = 0$

23) $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

24) $9^x + 6^x = 2^{2x+1}$

25) $x^3 = x^{x^2+2x}$

26) $(x+2)^2 = (x+2)^{x+1}$

27) $\left(\frac{2+x}{1-x}\right)^{2x+3} = 1$

28) $\left(\frac{2+x}{1-x}\right)^{2x-2} = 1$

28*a*) $(x-1)^{2x} = (x-1)^{x^2-3}$

28*b*) $(x-1)^{2x} = (x-1)^{x^2+1}$

29) $\begin{cases} 3^{xy} = 3^9 \\ x + y = 10 \end{cases}$

30) $\begin{cases} 2^{\frac{xy}{2}} = 1024 \\ x - y = 8 \end{cases}$

31) $\begin{cases} 4^{x+y} = 128 \\ 5^{3x-2y-3} = 1 \end{cases}$

32) $\begin{cases} \left(2 \cdot \sqrt{3}\right)^{x+y} = 144 \\ \left(2 \cdot \sqrt[3]{3}\right)^{x-y} = 576 \end{cases}$

33) $\begin{cases} \left(2\sqrt{5}\right)^{x-y} = 400 \\ \left(2\sqrt[3]{3}\right)^{x+y} = 576 \end{cases}$

34) $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 6 \\ 3^x \cdot 2^{y+1} = 12 \end{cases}$

35) $\begin{cases} 2^{x-y} \cdot 5^{x+y} = 25 \\ 5^{x-y} \cdot 2^{x+y} = 4 \end{cases}$

פתרונות למשוואות מעריכיות

1) 0

2) 1

3) $2.5,1$

4) $3,-\frac{5}{2}$

5) 27

6) $-\frac{9}{4}$

7) 10

8) 0

9) 2

10) 2

10*a*) 3

10*b*) 1

11) $\pm\sqrt{2},\pm 1$

12) 1

13) 3

14) 0

15) 9

16) ± 1

17) 20

18) $3,1$

19) 1

19*a*) $\frac{\log 6}{\log 5}$

19*b*) $\frac{\log 57}{\log 28}$

20) $3,\frac{\log 8}{\log 6}$

21) $\frac{9}{4}$

22) -2

23) $0,\frac{1}{2}$

24) 0

25) 1

26) ± 1

27) $-\frac{3}{2},-\frac{1}{2}$

28) $-\frac{1}{2}$

28*a*) $3,2$

28*b*) 2

29. $(1,9)\ (9,1)$

30. $(10,2)\ (-2,-10)$

31. $(2,1.5)$

32. $(5,-1)$

33. $(5,1)$

34. $(1,1)$

35. $(1,1)$

ד. שאלות במתכונת שאלות אמריקאיות מתוך מבחנים שהיו:

1) אם x,y הוא פתרון המערכת: $\begin{cases}\left(\frac{3}{5}\right)^{x-y}-\left(\frac{5}{3}\right)^{x-y}=\frac{544}{225}\\ xy+2x-2y=116\end{cases}$ אז המכפלה $x\cdot y$ היא:

א. -120

ב. 124

ג. 120

ד. 120 או -120

ה. 108

2) נתונה המשוואה $\frac{2^{x+1}+40}{8^x-2^{x+2}}+\frac{2^x+12}{2^{x+2}-2^{2x+1}}=\frac{2}{2^x}-\frac{6}{2^{2x}-4}$ למשוואה זו יש:

א. פתרון יחיד x=4

ב. שני פתרונות שסכומם $\frac{2}{5}$

ג. פתרון יחיד x=2

ד. אין פתרון

ה. שני פתרונות שסכומם $-\frac{2}{5}$

3) למשוואה $12^x-5\cdot 6^x=-6^{x+1}\cdot 2^{-x}$ יש:

א. פתרון יחיד קטן מ-2

ב. אין פתרון

ג. שני פתרונות שסכומם $\log_2 6$

ד. פתרון יחיד גדול מ-3

ה. שני פתרונות שמכפלתם 3

4)) נתונה מערכת המשוואות :

$$\begin{cases} 4^{x+1}+y=7 \\ 4^{x+2}-3y=-7 \end{cases}$$

אם (x,y) הוא פתרון מערכת המשוואות אז המכפלה xy שווה ל:

א. -10

ב. -9

ג. $\frac{-5}{2}$

ד. $-\frac{2}{5}$

ה. $\frac{5}{2}$

תשובות לשאלות אמריקאיות

1. ג

2. ג

3. ג

4 ג