תרגיל 7 בפונקציות מרוכבות

1. חשבו את האינטגרלים הבאים (המסילות הסגורות הן נגד כיוון השעון)

(א)

$$\int\limits_{|z|=5} \frac{e^{2z}}{(z+1)^4}\mathrm{d}z$$

(ב)

$$\int\limits_{|z-1|=1} \frac{\cos \pi z}{(z^2-1)^2}\mathrm{d}z$$

2. תהיינה $f(z)$ ו $g(z)$ פונקציות שלמות כך ש $|f(z)| < |g(z)|$ לכל $z \in \mathbb{C}$. הוכיחו כי $f(z) = cg(z)$ כך ש $c \in \mathbb{C}$ עם $|c| < 1$.

3. תהי $f(z)$ פונקציה שלמה. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות

(א) אם לכל z מתקיים $f(z) = f(iz)$ אז f קבועה.

(ב) אם לכל z מתקיים $f(z) = f(3z)$ אז f קבועה.

4. תהי $f(z)$ פונקציה שלמה המקיימת $|f(z) - f(2z)| \leq 10$, הוכיחו כי $f(z)$ קבועה.